超弦の場の理論における古典解と数値解析

岸本　功

新潟大学教育学部

Mar. 6, 2015
弦の場の理論 15, 奈良

関連する参考文献

M. Kohriki, T. Kugo and H. Kunitomo,
"Gauge Fixing of Modified Cubic Open Superstring Field Theory,"
Prog. Theor. Phys. **127**, 243 (2012) [arXiv:1111.4912 [hep-th]].
Maiko Kohriki, PhD Thesis, Kyoto Univ. (2012)

M. Kohriki, I. Kishimoto, T. Kugo, H. Kunitomo and M. Murata,
"Gauge-fixing problem in modified cubic superstring field theory,"
Prog. Theor. Phys. Suppl. **188**, 263 (2011). (SFT2010@Kyoto での村田さんのトーク)

E. Aldo Arroyo,
"Level truncation analysis of a simple tachyon vacuum solution in cubic superstring field theory,"
JHEP **1412**, 069 (2014) [arXiv:1409.1890 [hep-th]].

SFT2012@Jerusalem でのトーク (I. K.) のスライド（の最後のページ）:

Comment on level truncation

- Level truncation of the Erler-Schnabl solution in bosonic SFT（evaluation of kinetic term: Erler-Schnabl, including cubic term: Arroyo-I.K.(2011-2012))

L	$\tilde{E}_2$	$\tilde{E}_{2,\mathrm{P}}\vert_L^L$	$\tilde{E}_{2,\mathrm{PB}}\vert_L^L$	$\tilde{E}$	$\tilde{E}_{\mathrm{P}}\vert_{3L/2}^{3L/2}$	$\tilde{E}_{\mathrm{PB}}\vert_{3L/2}^{3L/2}$
0	−0.85247	−0.85247	−0.85247	−0.654908	−0.654908	−0.654908
2	−0.914146	−0.85247	−0.85247	−1.33686	−1.38342	−1.38798
4	−1.03467	−0.787834	−0.871988	−0.532599	−0.421667	−0.358173
6	−0.930637	−0.787834	−0.871988	−1.55434	−1.19306	−1.08516
8	−1.06335	−0.992052	−0.983242	−0.167462	−1.14097	−1.00745
10	−0.904984	−0.992052	−0.983242	−1.87271	−0.919443	−1.07258
12	−1.10973	−0.992013	−0.984516	−0.166042	−0.850702	−1.05767*
14	−0.841643	−0.992013	−0.984516	−1.83972	−0.972165	−0.933839**
16	−1.20564	−0.99608	−0.993936	+1.83619	−1.00666	−0.92572*
18	−0.709632	−0.99608	−0.993933	−4.22806	−1.01865	−0.981341**
20	−1.39169	−0.999595	−0.993687	−1.1971	−1.02464	−1.01792*
22	−0.449641	−0.999595	−0.993574	−0.188021	−0.994601	−1.00019**
24	−1.75829	−0.997321	−0.995001	+12.4404	−0.997754	−1.01338**
26	+0.0590993	−0.997321	−0.993171	−24.5744	−0.999148	−1.02392**
28	−2.46306	−0.99769	−0.993253			
30	+1.03342	−0.99769	−0.989787			

(L,3L) truncation $\tilde{E} = 2\pi^2 E = -2\pi^2 S[\Phi]$

P: Pade approximation, PB: Pade-Borel approximation

とりあえずはこの super 版を目指そう。

Contents

はじめに

古典解関連で近年よく議論されている open superstring field theory (SSFT):

(1) Berkovits' WZW-type SSFT
作用に midpoint insertion がない。
弦場について nonpolynomial な作用。
NS sector, R sector 両方含めると難しい。

(2) modified cubic SSFT
作用に inverse picture changing operator の midpoint insertion がある。$\rightarrow$ その kernel を考慮すべき。
NS sector, R sector 両方含めて cubic な作用で書かれている。

ここでは (2) の数値計算 (レベルトランケーション近似) を考える。

modified cubic SSFT におけるレベルトランケーションによる数値解 [Aref'eva-Koshelev-Belov-Medvedev(2001),$\cdots$]
bosonized ghost: $\xi\eta\phi$ による計算。

$\uparrow$

$\beta\gamma$ ゴーストのまま（3K-gauge で）より高レベルまで調べてみよう。

modified cubic SSFT における KBc 代数とその拡張を用いた解析解 [Erler(2007), $\cdots$]
GSO($+$) sector（BPS D brane 上の理論）の古典解だが、D brane が消滅した vacuum energy と一致。

$\uparrow$

bosonic SFT の Schnabl 解の super への拡張。同様に数値的に調べてみよう。(cf. 弦の場の理論 07@理研での高橋さんのトーク)
※ [Arroyo(2014)] では simple 解の super 版で数値的には kinetic term.

pic#=0, gh#=1, GSO(＋)

L= L_0+1	0	1/2	1	3/2	2	5/2	3	7/2	4	9/2	5	11/2	6	13/2	7
Φ	**1**		**2**		**9**		**25**		**71**		**172**		**412**		**910**
ϕ_0	0		0		0		1		2		4		9		19
ϕ_+		0		0		1		1		4		8		17	
ϕ_-		0		0		1		1		4		8		17	
ϕ_{+-}	0		0		0		1		2		4		9		19
ψ_0	0		1		0		1		2		6		11		25
ψ_+		0		0		1		1		3		6		13	
ψ_-		0		0		1		1		3		6		13	
ψ_{+-}	0		0		0		0		1		1		5		9

pic#=0, gh#=1, GSO(ー)

L= L_0+1	0	1/2	1	3/2	2	5/2	3	7/2	4	9/2	5	11/2	6	13/2	7
Φ		**1**		**5**		**15**		**43**		**111**		**269**		**614**	
ϕ_0		0		0		1		1		3		6		13	
ϕ_+	0		1		0		1		2		6		11		25
ϕ_-	0		1		0		1		2		6		11		25
ϕ_{+-}		0		0		1		1		3		6		13	
ψ_0		0		0		1		1		4		8		17	
ψ_+	0		0		0		1		2		4		9		19
ψ_-	0		0		0		1		2		4		9		19
ψ_{+-}		0		0		0		0		1		3		6	

pic#=-2, gh#=1, GSO(＋)

L= L_0+1	0	1/2	1	3/2	2	5/2	3	7/2	4	9/2	5	11/2	6	13/2	7
Φ	**1**		**2**		**9**		**25**		**71**		**172**		**412**		**910**
ϕ_0	0		0		0		0		1		1		5		9
ϕ_+		0		0		1		1		3		6		13	
ϕ_-		0		0		1		1		3		6		13	
ϕ_{+-}	0		1		0		1		2		6		11		25
ψ_0	0		0		0		1		2		4		9		19
ψ_+		0		0		1		1		4		8		17	
ψ_-		0		0		1		1		4		8		17	
ψ_{+-}	0		0		0		1		2		4		9		19

pic#=-2, gh#=1, GSO(－)

L= L_0+1	0	1/2	1	3/2	2	5/2	3	7/2	4	9/2	5	11/2	6	13/2	7
Φ		**1**		**5**		**15**		**43**		**111**		**269**		**614**	
ϕ_0		0		0		0		0		1		3		6	
ϕ_+	0		0		0		1		2		4		9		19
ϕ_-	0		0		0		1		2		4		9		19
ϕ_{+-}		0		0		1		1		4		8		17	
ψ_0		0		0		1		1		3		6		13	
ψ_+	0		1		0		1		2		6		11		25
ψ_-	0		1		0		1		2		6		11		25
ψ_{+-}		0		0		1		1		3		6		13	

スター積と LPP 3-string vertex

開弦の場のスター積

$$|\Phi^{(1)} * \Phi^{(2)}\rangle = \sum_i |\phi_i\rangle \langle V_3|\phi_i^c\rangle_1|\Phi^{(1)}\rangle_2|\Phi^{(2)}\rangle_3$$

$\{\phi_i\}$ は基底 ($\{\phi_i^c\}$ はその dual) で適当なレベルまでにして有限和にする。

$$\langle V_3|A_1\rangle_1|A_2\rangle_2|A_3\rangle_3 = \langle f_1[\mathcal{O}_{A_1}] f_2[\mathcal{O}_{A_2}] f_3[\mathcal{O}_{A_3}]\rangle$$

$$f_n(z) = h^{-1}(e^{\frac{(2-n)2\pi}{3}i} h(z)^{\frac{2}{3}}) \qquad h(z) = \frac{1+iz}{1-iz}, \qquad (n = 1, 2, 3)$$

において，

$$f_n'(z) \sim (z - (\pm i))^{-1/3} \quad (z \to \pm i)$$

となることから，負の conformal 次元をもつ c, γ に対し:

$$\langle V_3|c(\pm i) = 0, \quad \langle V_3|\gamma(\pm i) = 0$$

$\rightarrow$ $\tilde{\Phi} = \mathcal{P}_0\Phi$ のうち，スター積に効くのは $\phi_0 + c_+\psi_0$ のみ。

Conservation law

$T(z), b(z), c(z)$ については [Rastelli-Zwiebach(2000)]。同様に

$$G(z) = (f'(w))^{-3/2} G(w), \qquad z = f(w),$$

$$G_r = \oint \frac{dw}{2\pi i} w^{r+1/2} G(w),$$

$$f_n(w) = \tan\left(\frac{2-n}{3}\pi + \frac{2}{3}\arctan w\right), \qquad (n = 1, 2, 3)$$

$$f_n'(w) = \frac{2(1 + f_n(w)^2)}{3(1 + w^2)}, \quad f_1(0) = \sqrt{3}, \quad f_2(0) = 0, \quad f_3(0) = -\sqrt{3}$$

に注意して適当な関数 $u_k(z)$ に対し

$$\omega_k = \frac{dz}{2\pi i} u_k(z) G(z) = \frac{dw}{2\pi i} \frac{u_k(f_n(w))}{(f_n'(w))^{1/2}} G(w)$$

を考える。

$u_k(z) \propto (z^2-3)/z^k$ $(k=1,2,3,\cdots)$ ととると，ω_k は $z=\infty$ で regular なので無限遠まわりで積分して $0=\langle V_3|\oint \omega_k$ 積分路を各 string まわり $(z=0,\pm\sqrt{3})$ に変形すると

$$0=\langle V_3|\sum_{n=1}^{3}\oint\frac{dw}{2\pi i}\frac{u_k(f_n(w))}{(f_n'(w))^{1/2}}G(w).$$

$\dfrac{u_k(f_2(w))}{(f_2'(w))^{1/2}}=w^{-k}+O(w^{-k+2})$ だが $k=1$ から順に考慮し，適当にさっぴく：$\hat{u}_k(z)=u_k(z)-\sum_{1\le l\le k/2}C_l^{(k)}\hat{u}_{k-2l}(z)$ ことで

$$\frac{\hat{u}_k(f_2(w))}{(f_2'(w))^{1/2}}=w^{-k}+O(1),\qquad \frac{\hat{u}_k(f_{1(3)}(w))}{(f_{1(3)}'(w))^{1/2}}=O(w)$$

とできる。上記の積分で $u_k(z)$ の代わりに $\hat{u}_k(z)$ を使うと，次のような関係式 (conservation law) を得る：

$$0 = \langle V_3| \sum_{r\geq 1/2} \mathcal{C}^{(1)}_{k,r} G^{(1)}_r \qquad \text{(消滅モードの和)}$$

$$+ \langle V_3| \left[G^{(2)}_{-k-\frac{1}{2}} + \sum_{r\geq -1/2} \mathcal{C}^{(2)}_{k,r} G^{(2)}_r \right]$$

(生成モード一つと消滅モードの和)

$$+ \langle V_3| \sum_{r\geq 1/2} \mathcal{C}^{(3)}_{k,r} G^{(3)}_r \qquad \text{(消滅モードの和)}$$

$\to \langle V_3|A_1\rangle_1 \, G^{(\mathrm{m})}_{-k-1/2} \cdots |0\rangle_2 |A_3\rangle_3$ の $G^{(\mathrm{m})}_{-k-1/2}$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去できる。string 1 (string 3) の生成モードを消去する場合も同様の手続きをすればよい。$L^{(\mathrm{m})}_{-k}$ に対する同様な式も合わせて，モード展開した各項に対し有限回繰り返せば matter 生成モードを全て消去でき matter 部分からの寄与は $\langle V_3|0\rangle_1|0\rangle_2|0\rangle_3 = 1$ で値が定まる。

Conformal weight $h=2$: $T(z), b(z)$ 用

$L^{(2)}_{-k}, b^{(2)}_{-k}$ $(k=2,3,\cdots)$ を消去：

$$v_k^{(2)}(z) = -\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^k \frac{z^2-3}{z^{k-1}}$$

$L^{(1)}_{-k}, b^{(1)}_{-k}; L^{(3)}_{-k}, b^{(3)}_{-k}$ $(k=2,3,\cdots)$ を消去：

$$v_k^{(1,3)}(z) = \frac{1}{6}\left(\frac{8}{3}\right)^k \frac{z(z\pm\sqrt{3})}{(z\mp\sqrt{3})^{k-1}}$$

※素朴な cyclic symmetry が成り立ち，$v_k^{(2)}(z)$ だけで十分。

b_{-k} については bc ghost のノイマン係数 [Gross-Jevicki,....] から得られる式と同一。$L^{(\mathrm{m})}_{-2m}$ については シュワルツ微分：$S(f_n(w),w) = -\dfrac{10}{9(1+w^2)^2}$ の寄与も入る。

Conformal weight $h = -1$: $c(z)$ 用

$c^{(2)}_{-k}$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$ を消去：

$$\phi_k^{(2)}(z) = -3\left(\frac{2}{3}\right)^k \frac{1}{(z^2-3)z^{k+2}}$$

$c^{(1)}_{-k}; c^{(3)}_{-k}$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$ を消去：

$$\phi_k^{(1,3)}(z) = 6\left(\frac{8}{3}\right)^k \frac{1}{z(z\pm\sqrt{3})(z\mp\sqrt{3})^{k+2}}$$

※素朴な cyclic cymmetry が成り立ち，$\phi_k^{(2)}(z)$ だけで十分。
最後に $\langle V_3| c_1^{(1)} |0\rangle_1\, c_1^{(2)} |0\rangle_2\, c_1^{(3)} |0\rangle_3 = (3\sqrt{3}/4)^3$ を使う。
(bc 部分はノイマン係数から作る行列の行列式の評価でもよい。)

Conformal weight $h = 3/2$: $G(z)$ 用

$G^{(2)}_{-k-1/2}$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$u_k^{(2)}(z) = -\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{k+\frac{1}{2}} \frac{z^2 - 3}{z^k}$$

$G^{(1)}_{-k-1/2}; G^{(3)}_{-k-1/2}$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$u_k^{(1,3)}(z) = \frac{1}{6}\left(\frac{8}{3}\right)^{k+\frac{1}{2}} \frac{z(z \pm \sqrt{3})}{(z \mp \sqrt{3})^k}$$

※ $u_k^{(2)}(z)$ だけで十分だが、cyclic symmetry を適用する際に半奇数 weight（および Grassmann odd）による符号の注意が必要。
(cf. [Berkovits-Sen-Zwiebach(2000)])

Conformal weight $h = 3/2$: $\beta(z)$ 用 (1)

string 2 が picture -2 で他が picture 0 のとき
$\beta^{(2)}_{-k+1/2}$ $(k = 0, 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$u^{(2)}_{0,k}(z) = \left(\frac{2}{3}\right)^{k-\frac{1}{2}} \frac{1}{z^{k-1}}$$

string 1 (3) が picture -2 で他が picture 0 のとき
$\beta^{(1)}_{-k+1/2}(\beta^{(3)}_{-k+1/2})$ $(k = 0, 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$u^{(1,3)}_{0,k}(z) = \left(\frac{8}{3}\right)^{k-\frac{1}{2}} \frac{1}{(z \mp \sqrt{3})^{k-1}}$$

適用例

線形結合を取り直す： $u^{(2)}_{0,k} \to \hat{u}^{(2)}_{0,k}$

$$
\begin{aligned}
\hat{u}^{(2)}_{0,0}(z) &= u^{(2)}_{0,0}(z), \\
\hat{u}^{(2)}_{0,1}(z) &= u^{(2)}_{0,1}(z), \\
\hat{u}^{(2)}_{0,2}(z) &= u^{(2)}_{0,2}(z) - \frac{24}{54}\hat{u}^{(2)}_{0,0}(z), \\
\hat{u}^{(2)}_{0,3}(z) &= u^{(2)}_{0,3}(z) - \frac{35}{54}\hat{u}^{(2)}_{0,1}(z), \\
\hat{u}^{(2)}_{0,4}(z) &= u^{(2)}_{0,4}(z) - \frac{5}{6}\hat{u}^{(2)}_{0,2}(z) - \frac{89}{1944}\hat{u}^{(2)}_{0,0}(z) \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

（*Mathematica* で順番に系統的に構成できる。）

実際，例えば $k=4$ のとき，必要なレベルまで展開する：

$$\frac{\hat{u}^{(2)}_{0,4}(f_2(w))}{(f_2'(w))^{1/2}} = \frac{1}{w^3} + \frac{32789}{314928}w^3 - \frac{455983}{7558272}w^5 + O(w^7),$$
$$\frac{\hat{u}^{(2)}_{0,4}(f_1(w))}{(f_1'(w))^{1/2}} = \frac{1391}{2592\sqrt{3}} + \frac{7}{16}w + \frac{3001}{15552\sqrt{3}}w^2 - \frac{242773}{629856}w^3 + O(w^4),$$
$$\frac{\hat{u}^{(2)}_{0,4}(f_3(w))}{(f_3'(w))^{1/2}} = -\frac{1391}{2592\sqrt{3}} + \frac{7}{16}w - \frac{3001}{15552\sqrt{3}}w^2 - \frac{242773}{629856}w^3 + O(w^4)$$

各係数を読み取って，conservation law を得る：

$$\begin{aligned}\langle V_3|\beta^{(2)}_{-\frac{7}{2}} = \langle V_3| &\left[-\frac{1391}{2592\sqrt{3}}\beta^{(1)}_{-\frac{1}{2}} - \frac{7}{16}\beta^{(1)}_{\frac{1}{2}} - \frac{3001}{15552\sqrt{3}}\beta^{(1)}_{\frac{3}{2}} + \cdots\right]\\ &+ \langle V_3|\left[-\frac{32789}{314928}\beta^{(2)}_{\frac{5}{2}} + \frac{455983}{7558272}\beta^{(2)}_{\frac{9}{2}} + \cdots\right]\\ &+ \langle V_3|\left[\frac{1391}{2592\sqrt{3}}\beta^{(3)}_{-\frac{1}{2}} - \frac{7}{16}\beta^{(3)}_{\frac{1}{2}} + \frac{3001}{15552\sqrt{3}}\beta^{(3)}_{\frac{3}{2}} + \cdots\right]\end{aligned}$$

Conformal weight $h = 3/2$: $\beta(z)$ 用 (2)

string 1,2,3 がそれぞれ picture $-2, 0, 0$ のとき
$\beta^{(2)}_{-k-1/2}$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$u^{(2)}_{-,k}(z) = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{k+\frac{1}{2}} \frac{(z-\sqrt{3})^2}{z^k}$$

string 1,2,3 がそれぞれ picture $0, 0, -2$ のとき
(string 1,2,3 がそれぞれ picture $0, -2, 0$ のとき)
$\beta^{(1)}_{-k-1/2}(\beta^{(3)}_{-k-1/2})$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$u^{(1)}_{-,k}(z) = \frac{1}{12}\left(\frac{8}{3}\right)^{k+\frac{1}{2}} \frac{(z+\sqrt{3})^2}{(z-\sqrt{3})^k}; \quad u^{(3)}_{-,k}(z) = \frac{1}{3}\left(\frac{8}{3}\right)^{k+\frac{1}{2}} \frac{z^2}{(z+\sqrt{3})^k}$$

Conformal weight $h = 3/2$: $\beta(z)$ 用 (3)

string 1,2,3 がそれぞれ picture $0, 0, -2$ のとき
$\beta^{(2)}_{-k-1/2}$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$u^{(2)}_{+,k}(z) = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{k+\frac{1}{2}} \frac{(z+\sqrt{3})^2}{z^k}$$

string 1,2,3 がそれぞれ picture $0, -2, 0$ のとき
(string 1,2,3 がそれぞれ picture $-2, 0, 0$ のとき)
$\beta^{(1)}_{-k-1/2}(\beta^{(3)}_{-k-1/2})$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$u^{(1)}_{+,k}(z) = \frac{1}{3}\left(\frac{8}{3}\right)^{k+\frac{1}{2}} \frac{z^2}{(z-\sqrt{3})^k}; \quad u^{(3)}_{+,k}(z) = \frac{1}{12}\left(\frac{8}{3}\right)^{k+\frac{1}{2}} \frac{(z-\sqrt{3})^2}{(z+\sqrt{3})^k}$$

Conformal weight $h = -1/2$: $\gamma(z)$ 用 (1)

string 2 が picture -2 で他が picture 0 のとき
$\gamma^{(2)}_{-k-3/2}$ $(k = 0, 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$\varphi^{(2)}_{0,k}(z) = \left(\frac{2}{3}\right)^{k+\frac{3}{2}} \frac{1}{z^{k+3}}$$

string 1 (3) が picture -2 で他が picture 0 のとき
$\gamma^{(1)}_{-k-3/2}(\gamma^{(3)}_{-k-3/2})$ $(k = 0, 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$u^{(1,3)}_{0,k}(z) = \left(\frac{8}{3}\right)^{k+\frac{3}{2}} \frac{1}{(z \mp \sqrt{3})^{k+3}}$$

Conformal weight $h = -1/2$: $\gamma(z)$ 用 (2)

string 1,2,3 がそれぞれ picture $-2, 0, 0$ のとき
$\gamma^{(2)}_{-k+3/2}$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$\varphi^{(2)}_{-,k}(z) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^{k-\frac{3}{2}} \frac{1}{(z-\sqrt{3})^2\, z^k}$$

string 1,2,3 がそれぞれ picture $0, 0, -2$ のとき
(string 1,2,3 がそれぞれ picture $0, -2, 0$ のとき)
$\gamma^{(1)}_{-k+3/2}(\gamma^{(3)}_{-k+3/2})$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$\varphi^{(1)}_{-,k}(z) = 12\left(\frac{8}{3}\right)^{k-\frac{3}{2}} \frac{1}{(z+\sqrt{3})^2\,(z-\sqrt{3})^k};$$

$$\varphi^{(3)}_{-,k}(z) = 3\left(\frac{8}{3}\right)^{k-\frac{3}{2}} \frac{1}{z^2\,(z+\sqrt{3})^k}$$

Conformal weight $h = -1/2$: $\gamma(z)$ 用 (3)

string 1,2,3 がそれぞれ picture $0, 0, -2$ のとき
$\gamma^{(2)}_{-k+3/2}$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$\varphi^{(2)}_{+,k}(z) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^{k-\frac{3}{2}} \frac{1}{(z+\sqrt{3})^2\, z^k}$$

string 1,2,3 がそれぞれ picture $0, -2, 0$ のとき
(string 1,2,3 がそれぞれ picture $-2, 0, 0$ のとき)
$\gamma^{(1)}_{-k+3/2}(\gamma^{(3)}_{-k+3/2})$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ を消去：

$$\varphi^{(1)}_{+,k}(z) = 3\left(\frac{8}{3}\right)^{k-\frac{3}{2}} \frac{1}{z^2\,(z-\sqrt{3})^k};$$

$$\varphi^{(3)}_{+,k}(z) = 12\left(\frac{8}{3}\right)^{k-\frac{3}{2}} \frac{1}{(z-\sqrt{3})^2\,(z+\sqrt{3})^k}$$

3K-gauge

Projected string field (new gauge 変換を固定したもの)：

$$\tilde{\Phi} = \mathcal{P}_0 \Phi = \phi_0 + c_+ \psi_0 + \gamma_+(i)(\phi_+ + c_+ \psi_+) \\ + \gamma_+(i)(\phi_- + c_+ \psi_-) + \frac{1}{2}(\gamma_+(i)^2 + \gamma_-(i)^2)(\phi_{+-} + c_+ \psi_{+-})$$

さらに（通常の）ゲージ変換に対する Kohriki-Kugo-Kunitomo (3K) のゲージ固定条件：

$$\psi_{+-} = 0, \quad \phi_{+-} = 0, \tag{1}$$

$$G_{1/2}\psi_+ + G_{-1/2}\psi_- = 0, \tag{2}$$

$$G_{1/2}\phi_+ + G_{-1/2}\phi_- - (L_1 + L_{-1})\frac{1}{L_0}(G_{-1/2}\phi_+ + G_{1/2}\phi_-) \tag{3}$$

BRS 変換 $\delta_{\mathrm{B}}\tilde{\Phi} = \mathcal{P}_0(\tilde{\Phi} + \tilde{\Phi} * \tilde{\Phi})$ を調べることで定めている。

レベルトランケーションによる数値計算では

(1) は自明な条件。

(2) は ψ_+ と ψ_- の L_0 レベルが ± 1 違う状態を線形に関係づける式。

$$\tilde{\Phi} = \cdots + \mathcal{C}\left[\gamma_-(i)c_+\beta_{-3/2}|0\rangle - \gamma_+(i)c_+\beta_{-5/2}|0\rangle\right] + \cdots$$

(3) は独立な「一つの」ϕ を用いて

$$\phi_+ = G_{1/2}\phi, \qquad \phi_- = G_{-1/2}\phi$$

ととればよい： ex. $\phi = \mathcal{C}' L^{(\mathrm{m})}_{-2}|0\rangle$ に対応して

$$\tilde{\Phi} = \cdots + \mathcal{C}'\left[\frac{3}{2}\gamma_+(i)G^{(\mathrm{m})}_{-3/2}|0\rangle + \frac{1}{2}\gamma_-(i)G^{(\mathrm{m})}_{-5/2}|0\rangle\right] + \cdots$$

Gauge invariant overlap と new gauge symmetry

Gauge invariant overlap: $\langle I|V(i)|\Phi\rangle$ は通常のゲージ変換に対し不変。
$V(i) = c(i)c(-i)\delta(\gamma(i))\delta(\gamma(-i))V_{\mathrm{m}}(i,-i)$
($V_{\mathrm{m}}(z,\bar{z})$ は次元 $(1/2,1/2)$ の matter primary)
の形から素朴には new gauge symmetry を持ちそうだが...

$\langle I|V(i)|\Phi\rangle = \langle V(i) f_I[\Phi]\rangle$ において
$f_I(z) = \dfrac{2z}{1-z^2}$ (identity state を定義する map) の形から
$f_I(\pm i) = \pm i$, $f_I'(z) = \pm i\epsilon + O(\epsilon^2)$ ($\epsilon = z - (\pm i)$) より

$$\begin{aligned}&\langle I|V(i)c(\pm i)|\lambda\rangle = \langle V(i) f_I[c(\pm i)\mathcal{O}_\lambda]\rangle \\ &= \lim_{z\to\pm i}(f_I'(z))^{-1}\langle V(i)c(z)f_I[\mathcal{O}_\lambda]\rangle \sim \langle c\partial c(\pm i)c(\mp i)\cdots\rangle\end{aligned}$$

となり有限の寄与 $\rightarrow$ new gauge symmetry を持たない（？）

今後の展望

- Erler のタキオン凝縮解（2007, Schnabl 解の super 版）の vacuum energy の数値的振る舞いを調べる。
- 3K-gauge で（GSO($-$) も含め）新たな数値解を探す。
- modified cubic SSFT の物理的妥当性を調べる。
- *Mathematica* から C++への翻訳・コードの並列化等による計算の大幅な高速化。高レベルへの数値的傾向の探究。
- 超弦の場の理論における，弦場の空間の定義に向けて。midpoint insertion の扱い。